



TITLE:

# Benard対流における余次元2の遷移(カオスとその周辺,研究会報告)

AUTHOR(S):

八幡, 英雄

---

CITATION:

八幡, 英雄. Benard対流における余次元2の遷移(カオスとその周辺,研究会報告). 物性研究 1987, 48(4): 309-311

ISSUE DATE:

1987-07-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92629>

RIGHT:

(1)は明確に成立っている。

(2)は怪しい。

しかし(3)は成立っているらしい(完全な詰めはまだ)。

(4)はある値より大きい  $i$  に対して成立つ。特に十分大きい  $i$  では  $f(i) = i$ 。

(5)は明確に成り立っている。従って  $I_{LE}$ ,  $k_d$  が存在ししかも  $k_d \approx I_{LE}$  である (DD では

$$k_d/I_{LE} \approx 1.4)$$

$k < k_d$  ではバンドパスパターンの中の相関は相対的に弱く (DD では相関が極めて弱い), この範囲では異なる  $k$  の部分で異なるパターンが生成されていることを示唆している。他方  $k > k_d$  ではバンドパスパターンはも早新しいパターンを含まず,  $k < k_d$  で作られたパターンを継承しているのみであると考えられる。従って  $k_d(I_{LE})$  はフーリエ空間 (リアプノフ空間) でみた時にパターンが形成される “内” と “外” との境界を与えていると考えることができよう。

$I_{LE}$  とリアプノフ次元  $D$  はどう関係しているだろうか? DD モデルでは  $I_{LE}/D = 0.65$  が普遍的に見出された。これに対し KS モデルでは  $I_{LE}$  は  $D$  に較べてはるかに大きく,  $I_{LE}/D \approx 2.3$  に達する。このことから物理現象として区別できる “内” と “外” との境界を示す指標として  $D$  はあまりアテにならないことを意味している。

波数空間で直接観測できる現象が  $D$  と直接関係をもたないことを示す明確な証拠をあげておこう。KS モデルのように空間的一様性をもつ系では, 状態ベクトル  $\vec{R}$  を平均の意味で最も有効にとじこめうる直交基底はフーリエモードに他ならない (フーリエモードが相関行列の固有 vector をなす)。今  $\vec{R}$  を大部分 (たとえば 95%) 閉じこめうるフーリエモードの数を  $K(t)$  としよう。  $K(t)$  の平均値は  $D$  に近い値を示す。intermittent burst が多数発生する所では当然  $K(t)$  が増大する。一見  $K(t)$  が増大すると局所的に定義された  $D(t)$  も増大するように考えられる。ところが実測してみると  $D(t)$  と  $K(t)$  は明瞭な逆相関を示すのである (もっともこの相関の正負はモデルに依存する)。これらの confusing な結果を説明する簡単な見方もないわけではないが, より根底的な理解は今後の課題としたい。

## Benard 対流における余次元 2 の遷移

広島大・理 八 幡 英 雄

前回に引き続き直方体容器に入れた流体を, 下から加熱したとき発生する Benard 対流を記

述する常微分方程式系の性質をしらべた。扱った模型は文献1のCase Cでのべてもらったもので、直方体容器中に2個の対流胞が流れの基本構造として存在するとして、この時間発展を記述する48個のモード変数からなる常微分方程式系である。いま対流ロールの軸に平行な方向の容器のアスペクト比は $\Gamma_X = 1.2$ に固定し、軸に垂直方向のアスペクト比 $\Gamma_Y$ については2.4から3.8の間のいくつかの値を選んで、その各々についてRayleigh数 $R$ を増加させたときに発生する解の分岐をしらべた。なお、Prandtl数は $\sigma = 0.5$ に固定した。

まず線型安定性解析の結果を図1に示す。 $R_0$ は熱伝導状態から定常ロール状態 $X^0$ への遷移をきめる臨界Rayleigh数を示し、 $R_1$ はこの定常状態 $X^0$ が不安定化するときのRayleigh数を示し、 $s_1 = R_1/R_0$ である。さらに定常状態 $X^0$ における体系の線型成長率を、変分方程式の固有値から計算し、実数部分の大きさの順序にならべると、 $\Gamma_Y$ が小さい間は最大のものは実数モード、2番目に大きいものは複素モード $\beta$ であるが、 $\Gamma_Y$ がある値 $\Gamma_{Y_0}$ をこえると、最大なものは複素モード $\beta$ 、2番目のものが実数モード $\alpha$ となる。つまり $\Gamma_Y$ を増加させると、最大成長率をもつモードは、ある値 $\Gamma_{Y_0}$ で実数モード $\alpha$ から複素モード $\beta$ に変わる。そこで図2にはこれら成長率の実数部分を $\lambda_\alpha, \lambda_\beta$ としたとき、 $\max\{\lambda_\alpha, \lambda_\beta\} = 0$ になったときの $R$ の値における差 $D = \lambda_\beta - \lambda_\alpha$ を、 $\Gamma_Y$ に対してえがいてある。これからこの体系は、2個の外部パラメタ $R$ と $\Gamma_Y$ を適当に制御すると、余次元2の遷移現象を示すことがわかる。

図2には、 $\Gamma_Y = 2.7$ の場合に $R$ が $R_0$ 直下での温度場 $\theta(x, y, z = 0.25)$ の等値線をえがいてある。示した量は (a) 定常ロール状態 $X^0$ , (b) 実数モード $\alpha$ の固有ベクトル, (c), (d) 複素モード $\beta$ の実数・虚

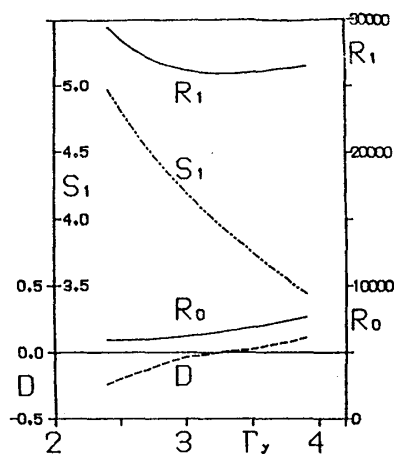


図1 中立安定曲線と線型成長率

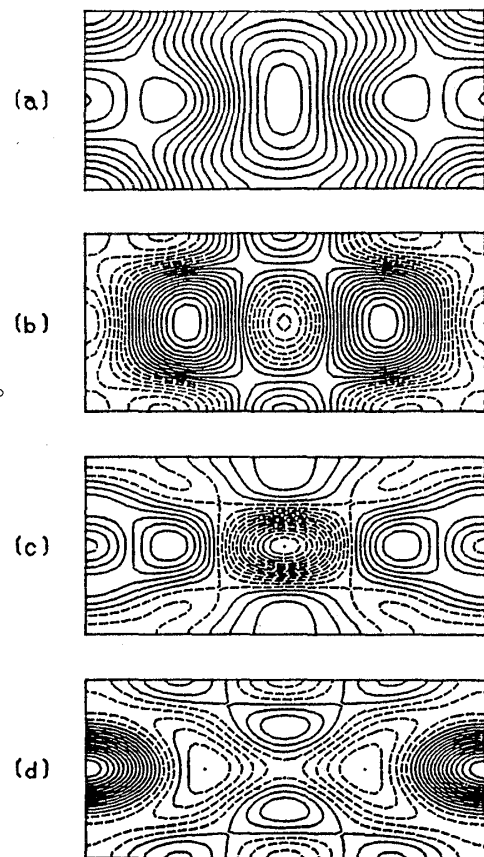


図2 温度場 $\theta(x, y, z = 0.25)$ の等値線。ただし $-\Gamma_X/2 < x < \Gamma_X/2$ ,  $-\Gamma_Y/2 < y < \Gamma_Y/2$ ,  $1/2 < z < 1/2$ 。  $\Gamma_X = 1.2$ ,  $\Gamma_Y = 2.7$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $s = R/R_0 = 4.529$ の場合で、実線は正、破線は負の値を示す。

数部分である。(b)によりモード $\alpha$ は(a)の対流ロールの峰部分に上昇または下降する流体運動を付加し、(c)、(d)によりモード $\beta$ はロールの横波振動を発生させることがわかる。

最後に体系の分岐構造の要約をのべる。(i)  $\Gamma_Y < \Gamma_{Y_0}$  の場合には、体系は非常に長い周期の saddle-saddle loop に沿った運動を行い、 $R$ を増加させていくとき、周期解と周期解の間に微細構造としてSilinikov 型の非周期解が多数発生する。(ii)  $\Gamma_Y > \Gamma_{Y_0}$  の場合には、 $R$ を増加させるとき通常のHopf 分岐による周期的運動を経て準周期的運動が発生し、トーラスは lockig などを通して崩壊して非周期的運動となる。

詳細は他に発表の予定である。

## 文献

- 1) H. Yahata: Prog. Theor. Phys. 75 (1986) 790; 76 (1986) 333.

## 微粒子のダイナミクス

日電基礎研 沢 田 信 一

最近、電子顕微鏡で、遷移金属の微粒子（原子数数百）の動的挙動が観察された<sup>1)</sup>。その結果、微粒子においては、“準固体相”と呼ぶべき相の存在が発見された。この相では、微粒子は、様々な形（八面体、正二十面体、双晶など）をとり、それらの間を1/10秒のオーダーで転移している。ここでは、この現象を次のように解釈する。ポテンシャル面には、多くの極小点があるが、それらの点が微粒子の異なる形に対応し、ある一つの極小点のまわりに、しばらく振動した後、別の極小点に移行し、そのまわりにしばらく振動するということをくり返している。

以上のことが、原子6個及び7個のクラスターで起こることを、分子動力学によるシミュレーションで示した<sup>2)</sup>。極小点間の転移は、まったくランダムに起こり、この運動は、多次元ハミルトン系のカオスである。以下に、原子6個の場合の結果を報告する。

モデルポテンシャルとして、遷移金属を対象としていることを考慮し引力部分に多体効果を含む、次のポテンシャルを用いる。（ただし、結果の定性的なふるまいは、他のポテンシャルを用いても変わらないであろう。）